Timed and Time Petri Nets

2$^{\text{ème}}$ master GLSD

2016-2017

L. Kahloul

Objectifs de ce cours

- Introduire la notion du temps dans les RdPs: le temps peut être associé aux: **places**, **transitions**, ou bien (un ou inclusif) aux **arcs;**

- On va s'intéresser plutôt au cas où le temps est associé aux transitions et non pas aux places;

- Cependant il y'a d'autres visions où le temps peut être associé aux places, ou aux places-transitions

Deux variantes:
Time vs Timed Petri nets

1) **Timed** Petri Nets : **associer des « durée H » aux transitions**

Ramchandani, C. (**1973**) Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Timed Petri Nets, PHD thesis, MIT, 220 p.

1) **Time** Petri Nets : **temporels (associer des intervalles [min, max], aux transitions)**

Merlin, P., Faber, D. (**1976**) Recoverability on communication protocols - implications of a theoretical study, IEEE Trans. on Communications, vol. 4, no. 9, pp. 1036-1043.

Timed Petri Nets:

Associer des **durées** (durations and so timers) de franchissement aux transitions

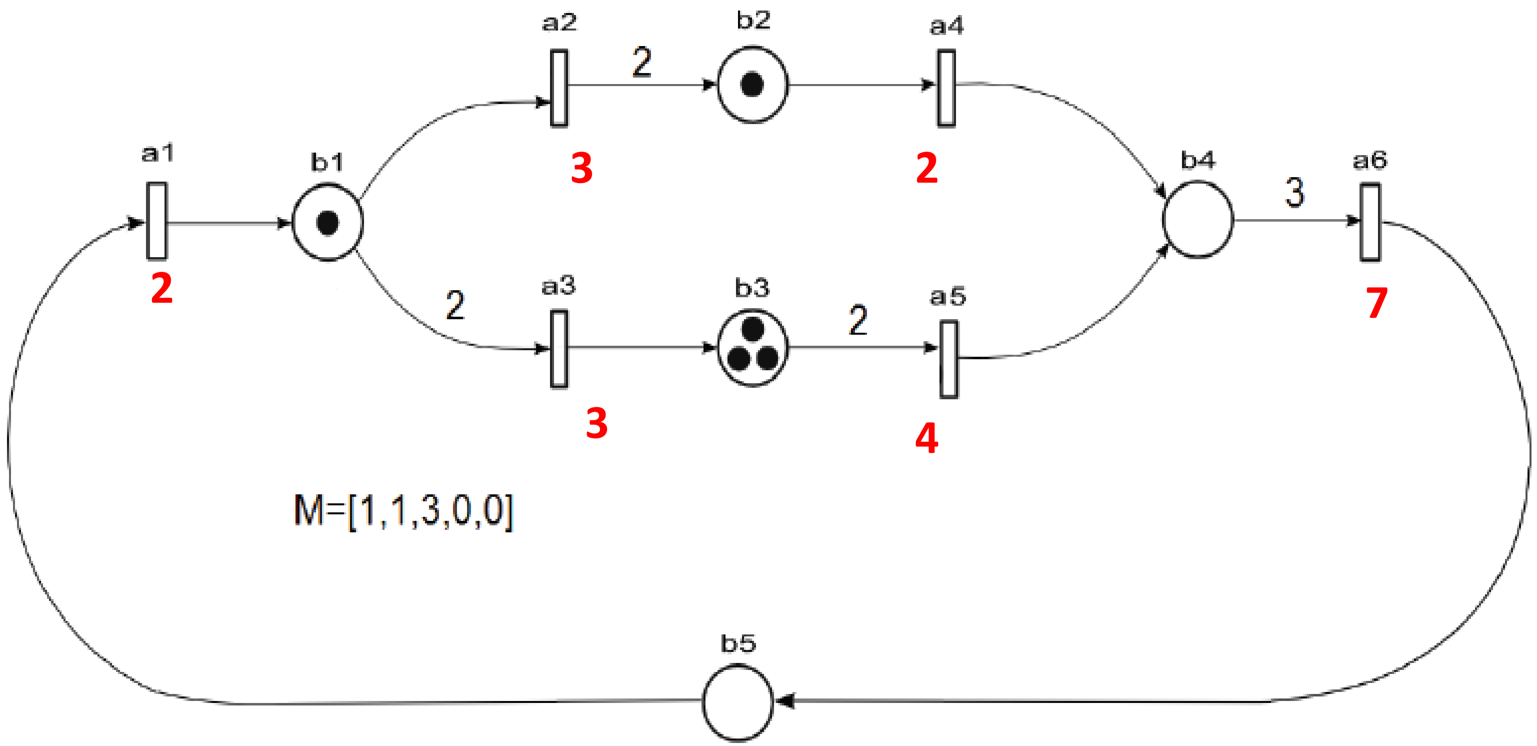
Timed Petri Nets
Défintition formelle:

Composé d'un RdP marqué et d'une fonction de temporisation

$N = (P, T, A, w, M_0, f)$

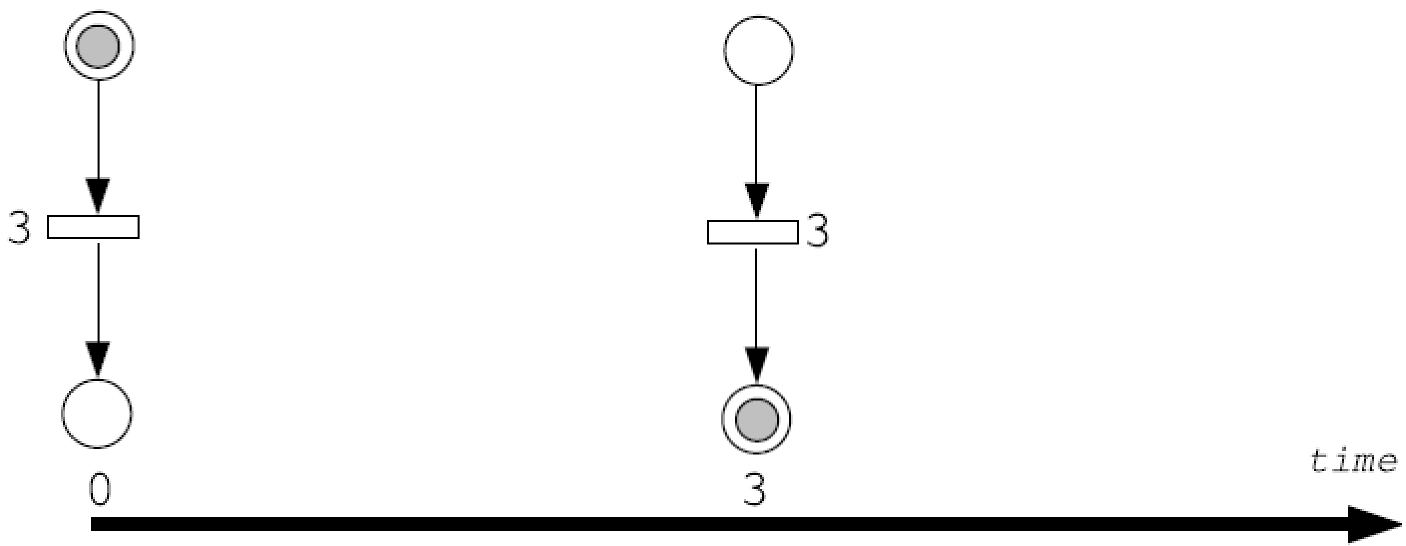
- (P, T, A, w, M_0): un réseau de Petri marqué;
- $f : T \rightarrow R^+$, "**firing time function**" associant un réel positif à chaque transition;

Exemple (1)



f=(2, 3, 3, 2, 4, 7)

Exemple d'exécution



Timed Petri Nets
Dynamique (1)

- Une transition *t* **franchissable** (**enabled**) dans un marquage *M* (noté ***$t \in enb(M)$***), **sera franchisse** (**fired**) après **l'écoulement** d'une durée égale à *f(t)* depuis qu'elle est devenue franchissable;

- Pour chaque transition on associe donc un **compteur temporel** (**timer**);

- L'état du Timed PN est donné sous forme d'un couple (M, V): M est un marquage et V est une affectation (***valuation***) associant des valeurs à l'ensemble des « timers » des transitions franchissables en M.

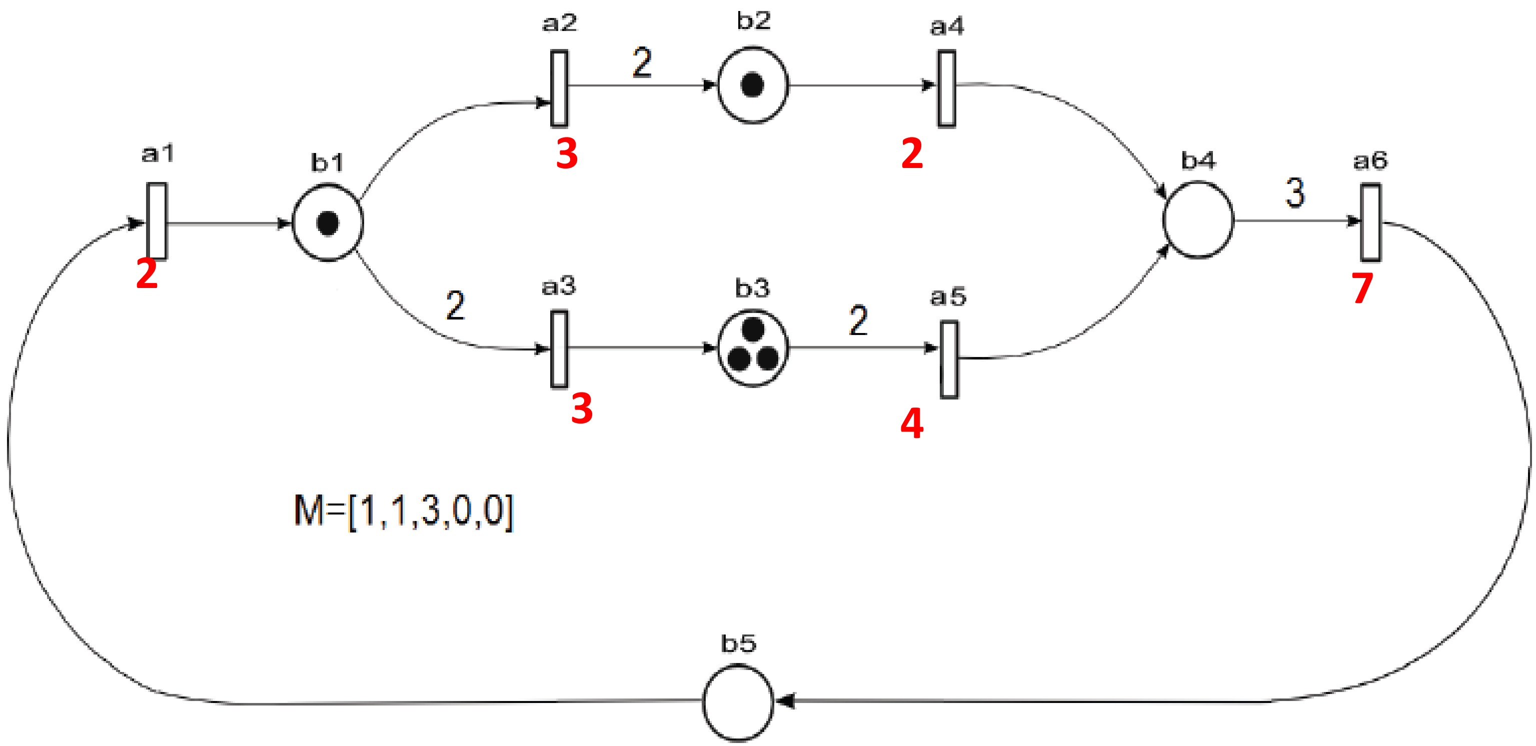
Timed Petri Nets
Dynamique (2)

- L'état intial du RdP est le couple ***(M_0, V_0)*** telque ***M_0*** est le marquage initial, et $V_0(t)=f(t)$ pour ***t*** dans ***enb(M_0)***;

<u>NB:</u>

f est la fonction définie préalablement dans le modèle

Exemple (2)



***f*=(2, 3, 3, 2, 4, 7)**

V_0=f

enb(M_0)={a2, a4, a5}

Timed Petri Nets
Dynamique (3)

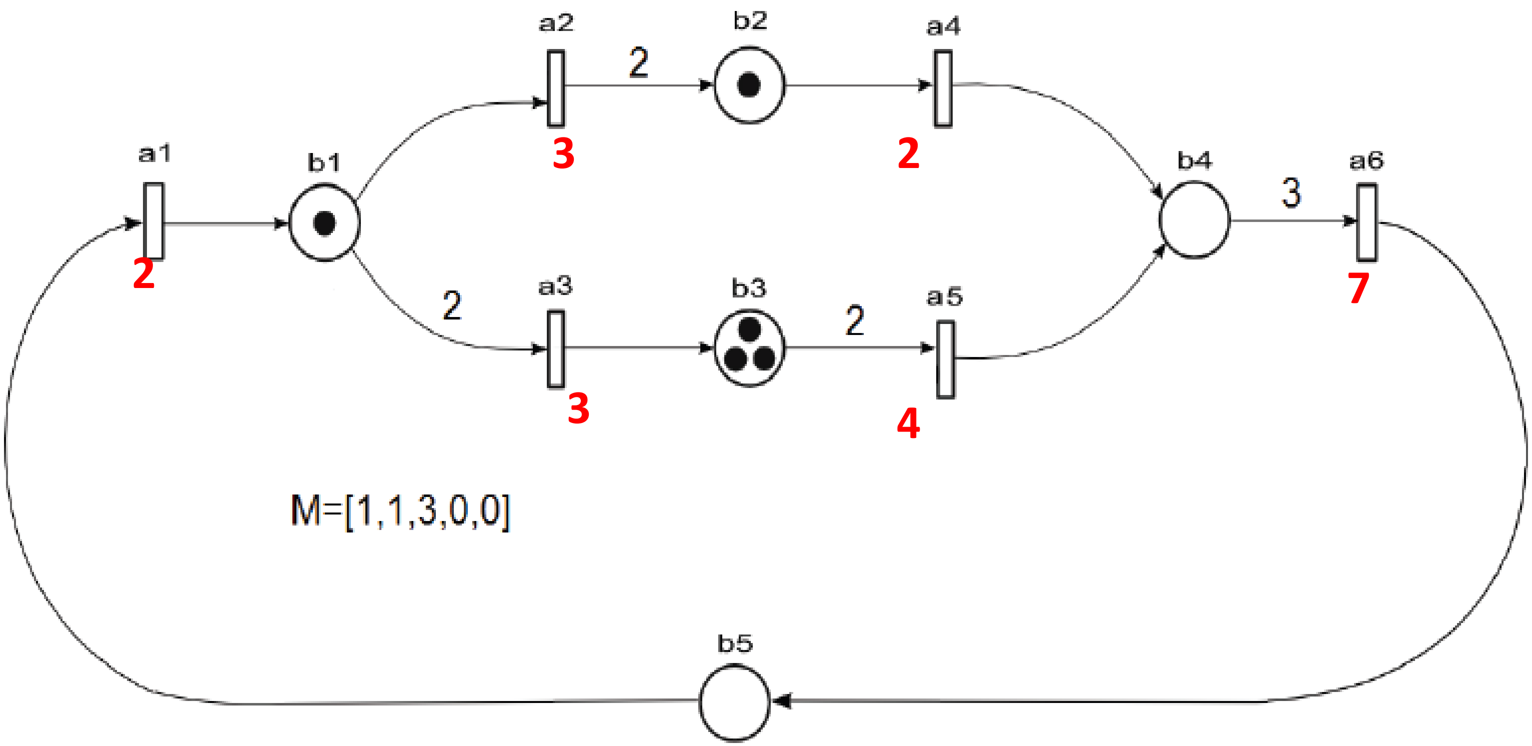
- <u>**Condition de franchissement d’une transition**</u>:

Depuis un état ***(M, V)*** une transition t peut être franchisse ssi:

1) ***$t \in enb(M)$***: t est activée dans M

2) Pour toute transition ***$t' \in enb(M) : V(t) <= V(t')$***

Exemple (3)



f=(2, 3, 3, 2, 4, 7)
V_0=f
enb(M_0)={a2, a4, a5}

1) **Donner l'ordre dans lequel les transition dans enb(M_0**

Timed Petri Nets
Dynamique (4)

Le franchissement de ***t*** va produire un nouvel état:

(M, V)→^{t}(M', V'), tel que:

- **M'** est calculé selon les règles ordinaires des RdPs et **V'** est calculé comme suit:

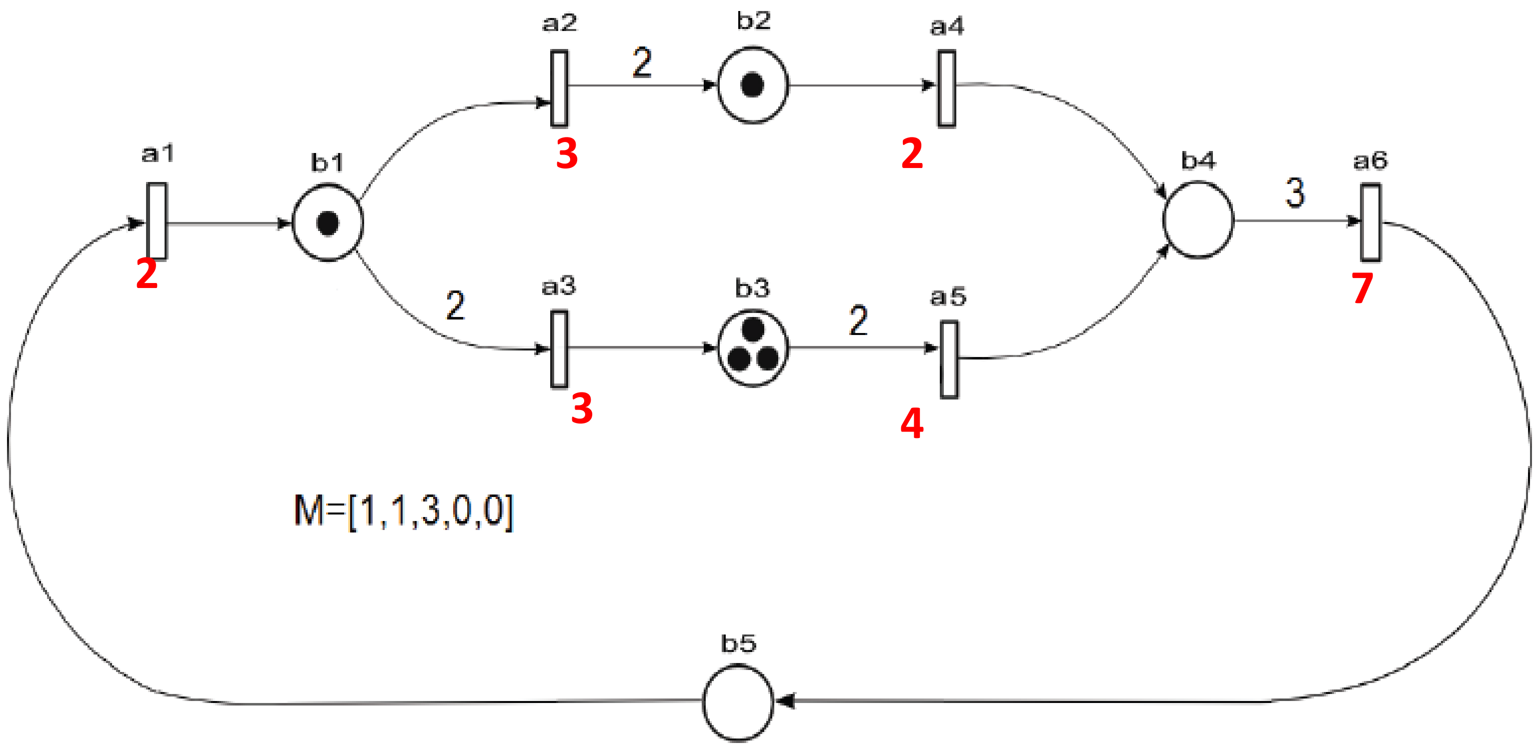
$$V' = \begin{cases} f(t) \ \mathbf{si} \ t \in new(M'); \\ V(t) - \tau \ \mathbf{si} \ t \in enb(M') \setminus new(M') \end{cases}$$

Tel que:

- *new(M')*: **la transition *t* (tirée)** si elle est toujours active OU les nouvelles transitions activée dans ***M'***, et qui n'étaient pas activées dans ***M***;

- τ =*V(t)*: le temps écoulé pour franchir la transition ***t***

Exemple (4)



f=(2, 3, 3, 2, 4, 7)

V_0=f

enb(M_0)={a2, a4, a5}

1) Donner l'états obtenu après l'exécution de la première transition dans ***enb(M_0)***

Merlin **Time** Petri Nets:

TPNs

Associer des **intervalles** [min, max] de temps aux transitions

Merlin Time Petri Nets
Définition formelle

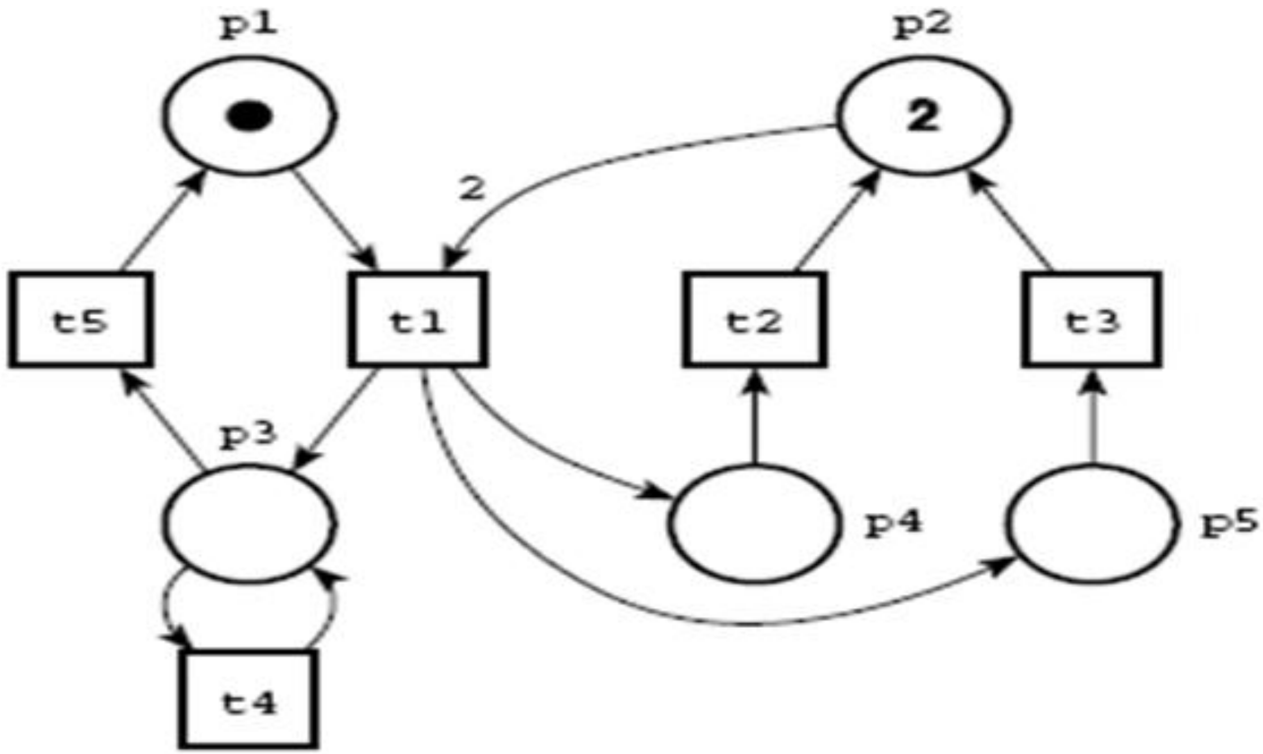
$$N = (P, T, A, w, M_0, I)$$

- $I : T \rightarrow \{\mathbb{R}^+, \mathbb{R}^+ \cup \{\infty\}\}$**:** associant à chaque transition *t* l'intervalle **[EFT(t), LFT(t)]**.

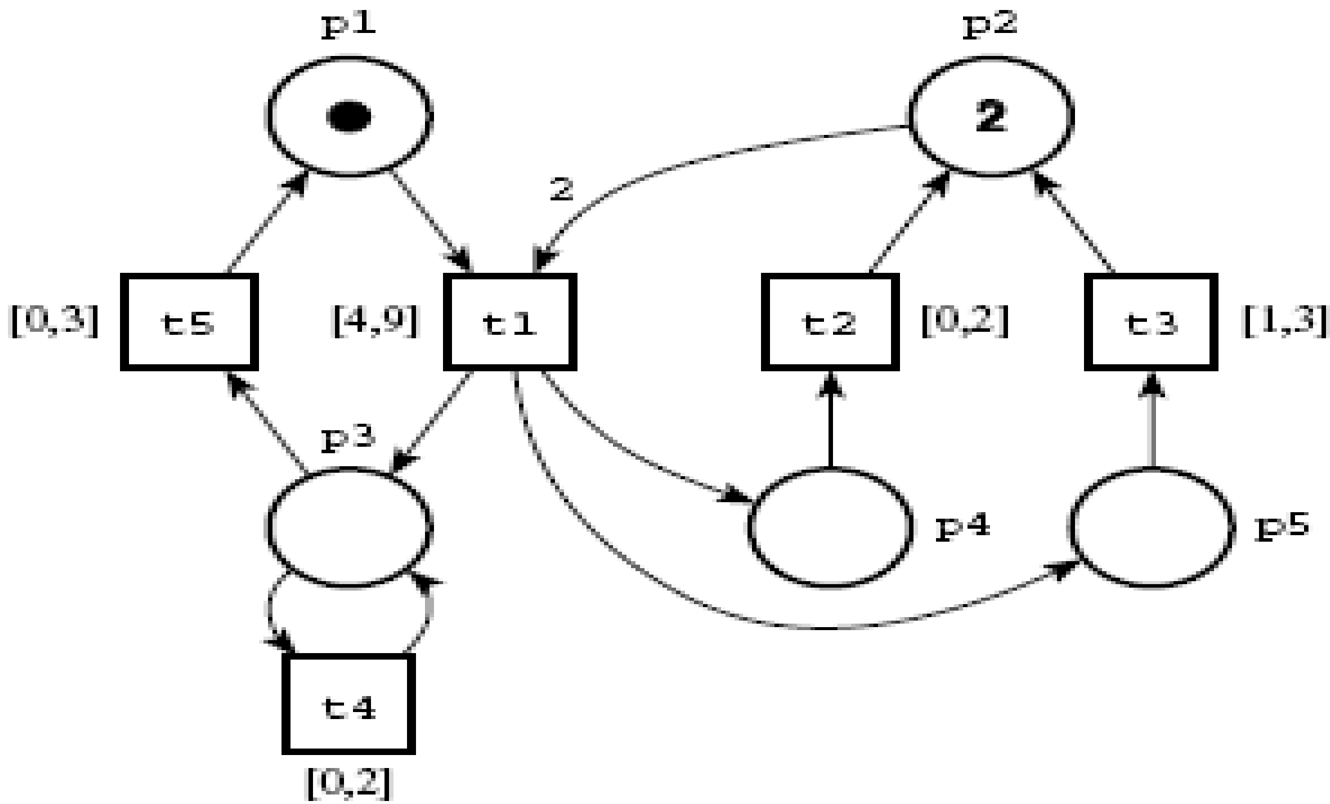
EFT: early firing time

LFT: last firing time

Exemple (1)



Exemple (1)



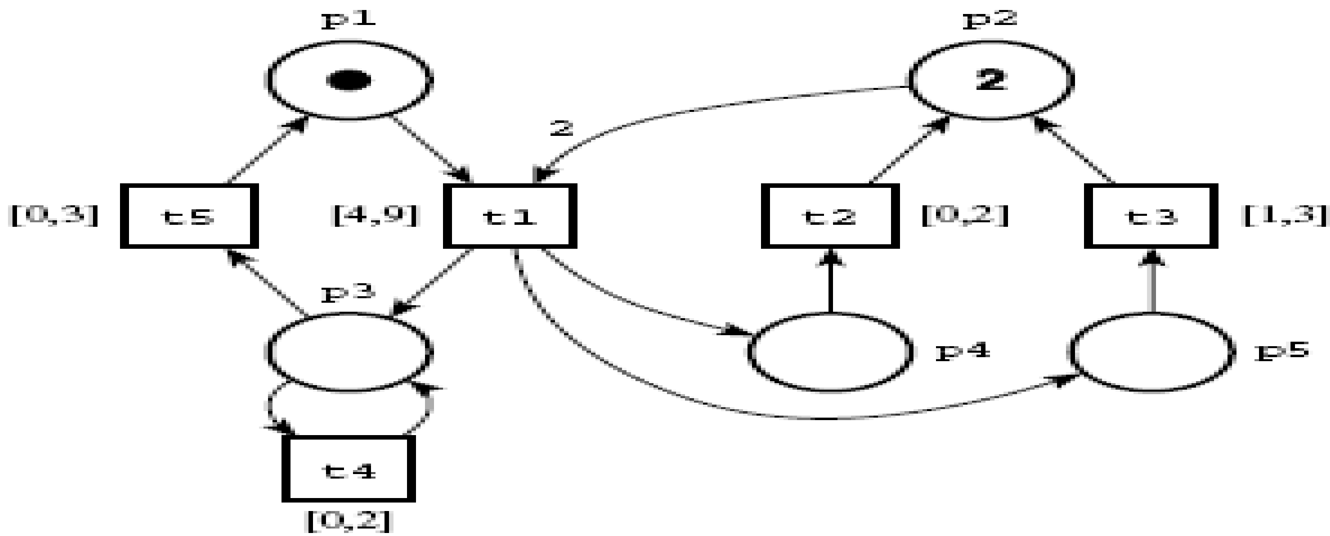
Merlin Time Petri Nets
état d'un TPN

- L'état du modèle est un couple (M, θ):

M: un marquage

θ *: **enb(M)*** $\rightarrow$ *{**R+,R+ U{∞}**}*

Exemple (2)



enb(M_0)={t1}
θ={[4,9]}

Merlin Time Petri Nets
Dynamique (1)

Condition de franchissement:

Soit l'état (M, θ).

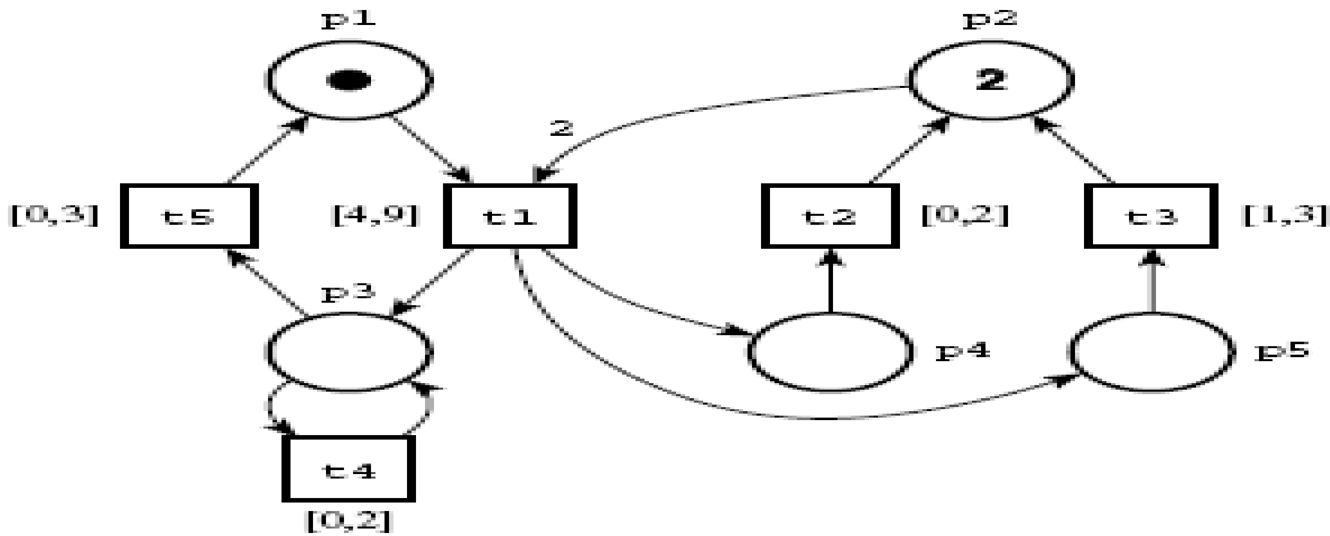
Une transition ***t*** devenue franchissable peut être franchisse en l'instant λ ssi

1) $\lambda \in \theta(t)$
2) Pour toute $t_i \in enb(M)$: $\lambda <= LFT(t_i)$

Le franchissement de ***t*** en λ produit un nouveau état (M', θ'), on note ça par:

$$(M,\theta) \rightarrow^{t,\lambda} (M', \theta')$$

Exemple (3)



enb(M_0)={t1}
θ={[4,9]}

t1 peut être franchisse en n'importe quel instant λ : **4<=** λ ***<=9***

Merlin Time Petri Nets
Dynamique (2)

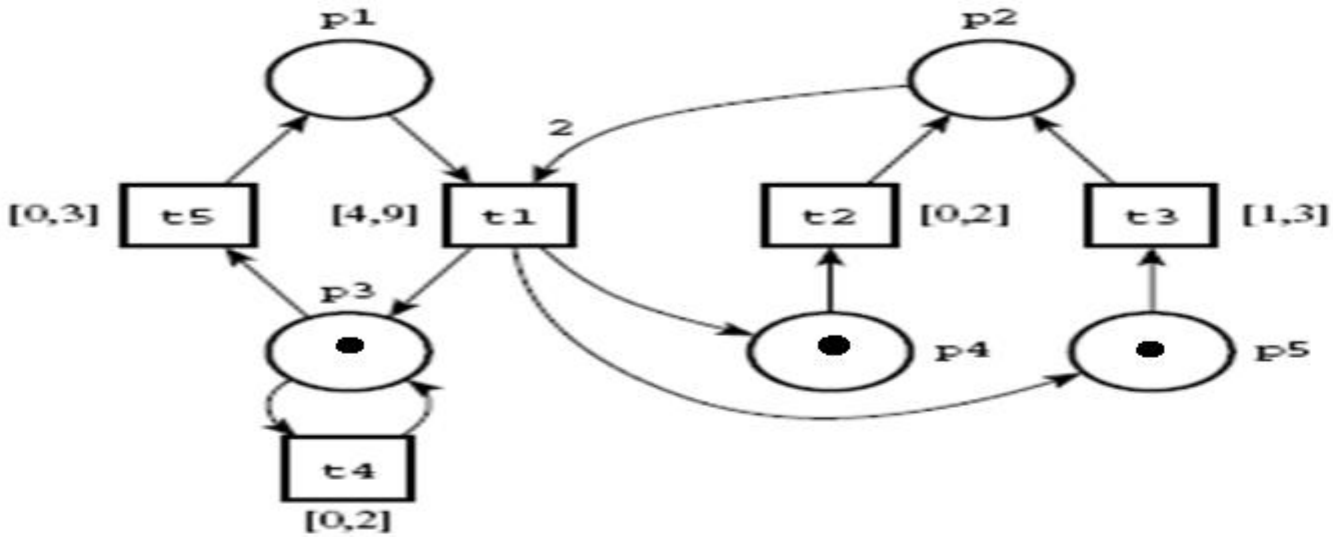
- ***Après le franchissement de t:***

$$(M, \theta) \rightarrow^{t,\lambda} (M', \theta')$$

toute transition: $t' \in enb(M')$:

$$\theta'(t') = \begin{cases} \theta(t') - \lambda & \textbf{si } (t' \neq t) \text{ et } (M - Pre(t) \geq Pre(t')) \\ I(t') & \textbf{sinon} \end{cases}$$

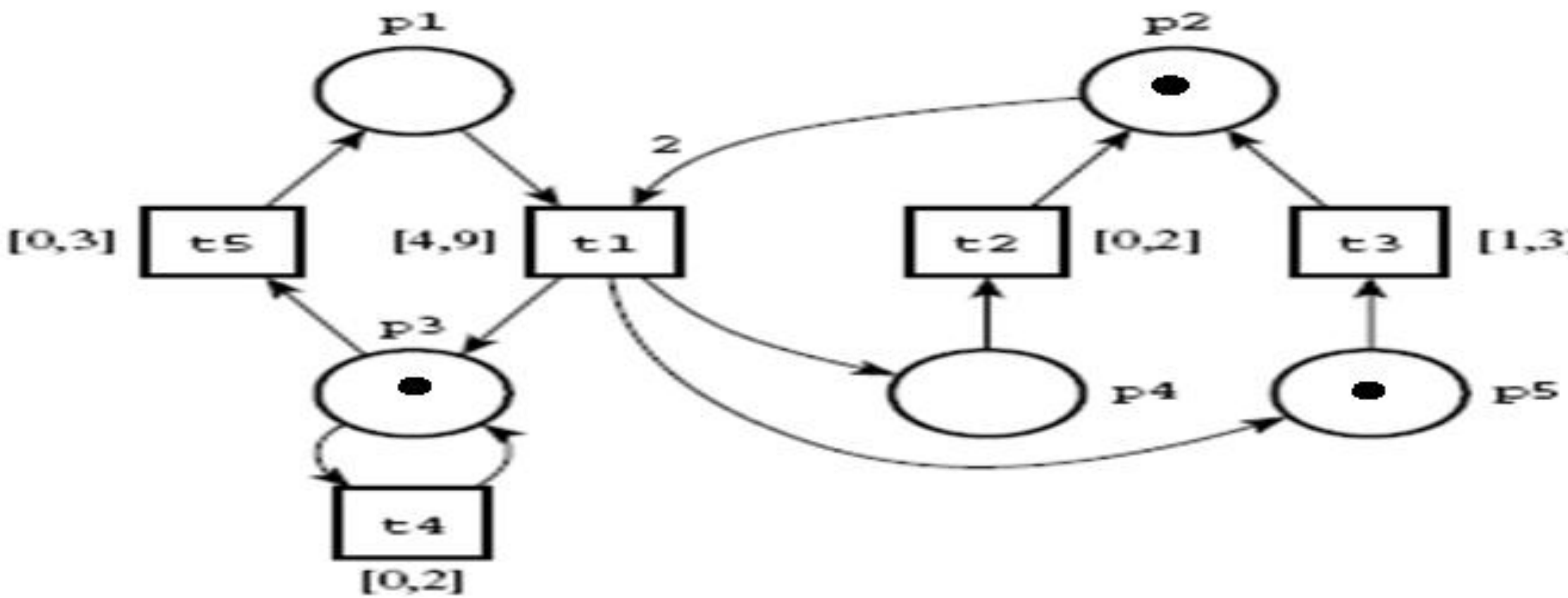
Exemple: après tir de t1



M_1=p3+p4+p5
enb(M_1)={t_2, t_3, t4, t_5}
θ'={[0,2], [1,3], [0,2], [0,3]}

Par exemple : on peut tirer t2 à l'instant λ: $0<=\lambda<=2$

Exemple: après tir de t2 en λ



On obtient M2=p2+p3+p5

enb(M_2)={t3,t4,t5}
θ={[max(0,1- λ), 3- λ],
[0, 2- λ],
[0, 3- λ]}

Remarques importantes

- Puisque la valeur λ peut prendre un nombre infini de valeurs donc le nombre de successeurs d'un état (comme l'état M2) peut être infini
- D'où l'atteignabilité est indécidable dans les TPNs
- Un outil d'analyse est disponible pour les TPNs: Tina: http://projects.laas.fr/tina/

Remarques

le graphe d'accessibilité du TPN est isomorphe au graphe d'accessibilité du RdP sous jacent dans les cas:

1. Tous les intervalles sont non bornés supérieurement;
2. Tous les intervalles sont ponctuels et identiques;

Graphe d’accessibilité en Time Petri Nets

GLSD 2015-2016

Kahloul Laid

Sommaire

- Échéancier de tir
- Classe d’états et équivalence entre classes
- Graphe de classes d’états

Échéancier de tir

- On note par $e \rightarrow^{t@\lambda} e'$ le fait que l'état e' est **accessible** depuis e en tirant la transition t en l'instant λ

- Un **échéancier** de tir est une séquence $t_1@\lambda_1$, $t_2@\lambda_2$,..., $t_n@\lambda_n$

- La séquence σ= t_1, t_2, ..., t_n est dite **support** de l'échéancier

Classe d'états

- On note par C_σ **l'ensemble** de tous les états obtenu par le tirage des échéanciers de support σ depuis l'état initial e_0;

- L'ensemble C_σ dispose d'un **marquage** (qui est le marquage de ses états et qui est le même) et d'un **domaine de tir** (l'union de l'ensemble des domaines (intervalle) de tir)

- Deux ensembles C_σ et $C_{\sigma'}$ sont dits **équivalents** (noté: $C_\sigma \approx C_\sigma$) ssi: ils ont le même marquage et le même domaine de tir

Graphe de classes d'états (GCE)

Un GCE est :

- l'ensemble de classes C_σ (pour toute séquence σ) modulo la relation d'équivalence $\approx$
- Muni de la relation de transition $C_\sigma \rightarrow^t X$ ssi $C_{\sigma.t} \approx X$
- La classe initiale est celle composée du seul état initial e_0